le 17/02/2020

Module : électrocinétique

Résumé du Cours.

- L'électrocinétique : partie de l'électromagnétisme traitée en utilisant des courants et des tensions.

- L'électrocinétique concerne l'étude du mouvement de particules chargées dans un milieu matériel sous l'action d'un champ électrique contrairement à l'électrostatique qui étudie leur équilibre.

- Courant électrique : déplacement ordonné de charges électriques.

Les porteurs de charges :

- Les électrons libres dans les métaux
- Les ions (cations et anions) dans les solutions électrolytiques

Vecteur densité du courant :

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

$\vec{v}$: la vitesse moyenne de l'ensemble des électrons

ρ : la charge volumique du milieu.

$$\rho = -ne$$

e : valeur absolue de la charge de l'électron

n : le nombre d'électrons par unité de volume

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

Loi d'ohm microscopique au local :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

σ : conductivité électrique du matériau ($S \cdot m^{-1}$)

→ valable en tout point du conducteur

σ est toujours positive

La résistivité du milieu : $\eta = \frac{1}{\sigma}$ (Ω m)

La Mobilité des Charges : $\mu = \frac{\sigma}{nq}$

proportionnelle avec q ($m^2 V^{-1} s^{-1}$)

Intensité du courant électrique

→ L'intensité mesure le nombre de porteurs de charges traversant la section S d'un circuit par unité de temps.

$$\int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{dq}{dt} = i.$$

i : intensité du courant (A).

dq : la charge élémentaire traversant la section S d'un circuit (C).

dt : temps pendant lequel la surface S est parcourue par la quantité de charge dq (s)

Courant électrique

→ Le courant circule de la borne (+) vers la borne (-) à l'extérieur du générateur, ce qui correspond à $i > 0$.

- L'intensité du courant se mesure avec un ampèremètre branché en série —(A)—

Tension électrique

- La tension U_{AB} est égale à la différence du potentiel entre les points A et B.

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{AB}.$$

La tension se mesure avec un voltmètre, branché en dérivation —(V)—

Loi d'ohm macroscopique :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma}$$

$$\Rightarrow U_{AB} = \int_A^B \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l}$$

$$j = \frac{I}{S}$$

$$\Rightarrow U_{AB} = \int_A^B \frac{\vec{I}}{S} \frac{1}{\sigma} d\vec{l}$$

$$= \int_A^B \frac{I}{S} \frac{1}{\sigma} dl$$

$$= \frac{I}{\sigma} \int_A^B \frac{dl}{S}$$

La relation de la résistance du conducteur est :

$$R = \frac{1}{\sigma} \int_A^B \frac{dl}{S}$$

d'où $\boxed{U_{AB} = I \times \frac{1}{\sigma} \int_A^B \frac{dl}{S} = RI}$.

Scanné avec CamScanner

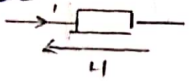
Deux régimes :

Continu
- L'intensité et la tension sont cts.
- I et U (majuscule)

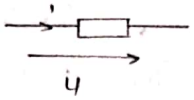
Sinusoïdale
- L'intensité et la tension sont des fonctions périodiques sinusoïdales :
  $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$
  $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$
  I_0 : amplitude (A)
  U_0 : amplitude (V)
  ω : pulsation (rad/s)

Convention :

Récepteur
Les flèches représentant U et i sont en sens inverse ;



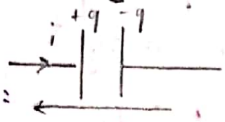
générateur
Les flèches représentant U et i sont dans le même sens



La conductance : $G = \frac{1}{R}$ (S)

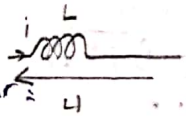
un conducteur idéal a sa résistance nulle
→ comme : le fil conducteur ($R \approx 0$).

* condensateur :



- convention récepteur : $C = \frac{Q}{U_{AB}}$ $\quad i = C \frac{dU_c}{dt}$
- convention générateur : $i = -C \frac{dU_c}{dt}$.

* bobine :



- convention récepteur : $U = L \frac{di}{dt}$
- convention générateur : $U = -L \frac{di}{dt}$.

définitions :

Noeud : n, pt de convergence de trois conducteurs au plus.
Branche : b, élément situé entre deux noeuds, parcourue par le même courant.
Maille : m, ensemble de branches parcourues en partant d'un noeud pour y revenir.

Unicité de l'intensité
→ L'intensité est la même en tout point d'un circuit en série.

Unicité des tensions
→ La tension aux bornes de branches parallèles sont égales.

Loi de Kirchhoff :

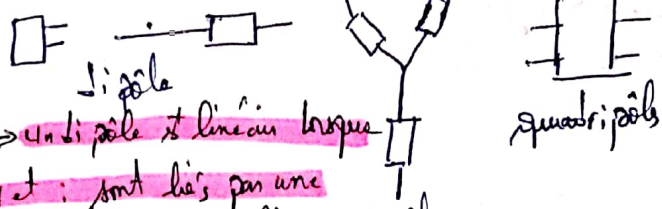
Loi des noeuds :

$$\sum_{i\,entre} = \sum_{i\,sort}$$

Loi des mailles ou loi d'additivité des tensions :

$$\sum_{maille} \varepsilon_i U_i = 0$$

$\varepsilon_i = +1$ si la tension est orientée dans le sens de la maille.
$\varepsilon_i = -1$ si la tension est orientée dans le sens contraire de la maille.



→ Un dipôle est linéaire lorsque U et i sont liés par une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

dipôle
- récepteur
- générateur.

Puissance instantanée : $p(t) = U(t) \cdot i(t)$.

- puissance électrique instantanée en Watt (W)
- Tension aux bornes du dipôle en volt (V)
- intensité du courant parcourant le dipôle en Ampère (A).

peut être positif (+) ou négatif (-).

La puissance est reçue par le dipôle
Exp
Transforme de l'énergie électrique en une autre forme d'énergie
Dipôle récepteur
Exp : Moteur, lampe

La puissance est cédée au milieu extérieur (reste du circuit).
Transforme une énergie non électrique en énergie électrique
Dipôle générateur
Exemple : GBF, pile

Scanné avec CamScanner

La caractéristique courant-tension d'un dipôle : est la courbe, en régime continu, représentant les variations de l'intensité I parcourant le dipôle en fct de la tension U à ses bornes. $I = f(U)$.

→ si la caractéristique passe par l'origine : Le dipôle est passif

→ si la caractéristique ne passe pas par l'origine : Le dipôle est actif.

→ si la caractéristique est symétrique par rapport à O : Le dipôle est symétrique

→ si la caractéristique n'est pas symétrique par rapport à O : Le dipôle est non symétrique.

- Générateur idéal de tension : La tension de bornes est constante $U = E$ quel que soit le courant débité.
- Générateur idéal d'intensité : le courant débité est constant $I = I_0$ quelque soit ce qui est mis aux bornes de cette source.

Circuits électrocinétiques

* Générateur de tension réel :

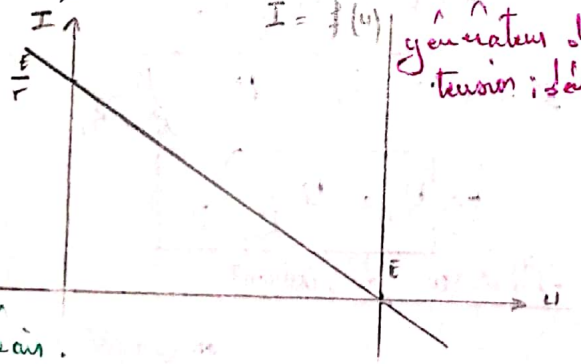
$$U = E - rI \iff I = \frac{E - U}{r}$$

$U = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{r}$

$I = 0 \Rightarrow \frac{E - U}{r} = 0$

$\Rightarrow E - U = 0$

$\Rightarrow U = E$.



* linéaire.
* actif
* non symétrique

* générateur de courant réel :

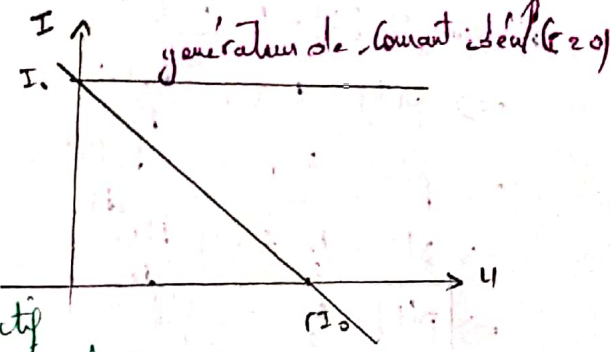
$$I = I_0 - \frac{U}{r}$$

$U = 0 \Rightarrow I = I_0$.

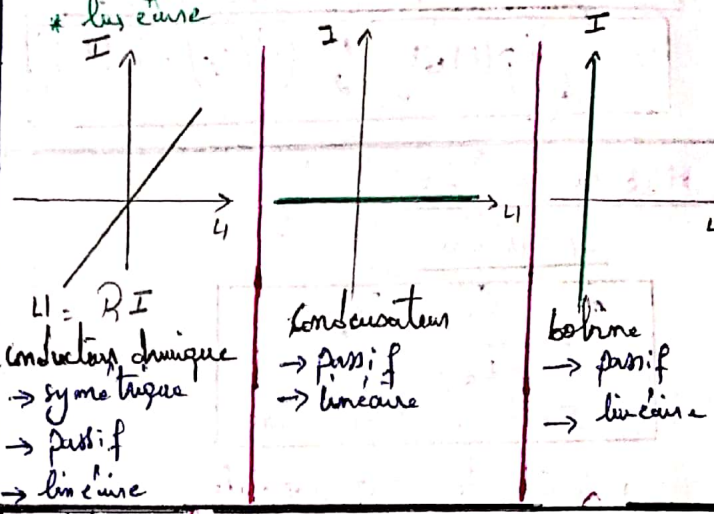
$I = 0 \Rightarrow I_0 - \frac{U}{r} = 0$

$\Rightarrow \frac{U}{r} = I_0$.

$\Rightarrow U = rI_0$.



* actif
* non symétrique
* linéaire



le 19/12/2020

La puissance consommée

- La puissance consommée par un condensateur :

$$p(t) = U_c(t)\, i(t)$$

et on sait que $i(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{p(t) = C\, U_c(t) \frac{dU_c(t)}{dt}} \quad (*)$$

on a la relation $\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 2 f(t) \frac{df(t)}{dt}$

on applique cette relation sur l'expression (*).

$$p(t) = \frac{2}{2} C\, U_c(t) \frac{dU_c(t)}{dt}$$

$$= \frac{C}{2} 2 U_c(t) \frac{dU_c(t)}{dt}$$

$$= \frac{C}{2} \frac{d^2 U_c(t)}{dt^2}$$

D'où $\boxed{p(t) = \frac{C}{2} \frac{d^2 U_c(t)}{dt^2}}$

L'énergie échangée entre deux instants :

$$\boxed{\mathcal{W} = \int_{t_i}^{t_f} p(t)\, dt = \frac{C}{2} \left(U_c^2(t_f) - U_c^2(t_i) \right)}$$

Scanné avec CamScanner

- La puissance instantanée consommée par une bobine :

on sait que $p(t) = u_L(t)\, i(t)$

et on a $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

$\Rightarrow p(t) = L\, i(t) \frac{di(t)}{dt}$

$\Rightarrow p(t) = \frac{2}{2} L\, i(t) \frac{di(t)}{dt}$

$\Rightarrow p(t) = \frac{L}{2} 2 i(t) \frac{di(t)}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{p(t) = \frac{L}{2} \frac{d^2 i(t)}{dt^2}}$

L'énergie échangée entre deux instants :

$$\boxed{W = \int_{t_i}^{t_f} p(t)\, dt = \frac{L}{2} \left(i^2(t_f) - i^2(t_i) \right)}$$

Mise en Série :

+ résistances :

$$\boxed{R_s = \sum_{k=1}^{n} R_k}$$

Somme des résistances

+ Condensateurs : les capacités

$$\boxed{C_s = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}}}$$

$C_s = \frac{\text{produit}}{\text{Somme}}$

+ bobines : les inductances.

$$\boxed{L_s = \sum_{k=1}^{n} L_k}$$

Somme des inductances

Mise en parallèle :

+ résistances :

$$\boxed{R_p = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} \qquad G_p = \sum_{k=1}^{n} G_k}$$

$R_p = \frac{\text{le produit}}{\text{La somme}}$

Conductance : Sommation

+ Condensateurs : les capacités.

$$\boxed{C_s = \sum_{k=1}^{n} C_k}$$

la sommation

+ bobines : inductances

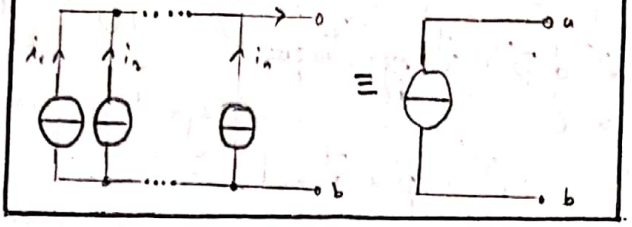
$$\boxed{L_p = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}}}$$

le produit

Sommation

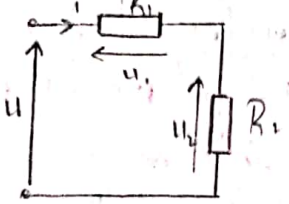
+ Mise en parallèle de sources de courant :

$$i = i_p = \sum_{k=1}^{n} i_k$$



Circuit diviseur de tension et de courant :

Diviseur de tension résistif :



on a $U_2 + U_1 - U = 0$

$\Rightarrow U_2 + U_1 = U$

$\Rightarrow R_2 i + R_1 i = U$

$\Rightarrow i (R_2 + R_1) = U$

$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{U}{R_2 + R_1}}$$

et on a $U_2 = R_2 i = U \frac{R_2}{R_2 + R_1}$

$$\Rightarrow \boxed{U_2 = U \frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

et on a $U_1 = R_1 i = U \frac{R_1}{R_2 + R_1}$

$$\Rightarrow \boxed{U_1 = U \frac{R_1}{R_2 + R_1}}$$

Diviseur de courant :

on a $i = i_1 + i_2$

et on a $U = U_{eq} = U_2$

$R_{eq}\, i = R_1 i_1 = R_2 i_2$

donc $R_{eq} i = R_1 i_1$ et $R_{eq} i = R_2 i_2$

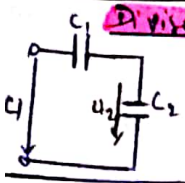
$\Rightarrow \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i = R_1 i_1 \quad (R_1 \neq 0)$ $\Rightarrow \frac{R_2 R_1}{R_2 + R_1} i_2 = R_2 i \quad (R_2 \neq 0)$

d'où $\boxed{i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i}$ $\Rightarrow \boxed{i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i}$

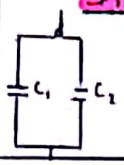
Scanné avec CamScanner

le 21/02/2020. démonstration ??

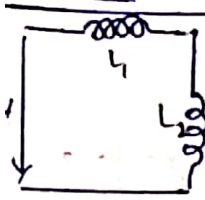
Diviseur de tension | **Diviseur de courant**



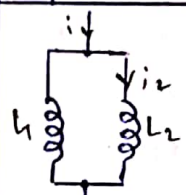
$U_2 = U \frac{C_2}{C_1+C_2}$



$i_2 = i \frac{L_1}{C_1+C_2}$

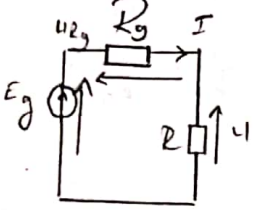


$U_2 = U \frac{L_2}{L_1+L_2}$



$i_2 = i \frac{L_1}{L_1+L_2}$

Point de fonctionnement :



d'après la loi de Kirchhoff :

$\sum U = 0$

$\Rightarrow \boxed{U + U_{Rg} = E_g}$ (*)

$\Rightarrow E_g - U_{Rg} = U$

$\Rightarrow E_g - R_g I = RI$.

$\Rightarrow E_g = I(R_g + R)$

$\Rightarrow I = \frac{E_g}{R+R_g}$

et on a $U = RI \Rightarrow U = R \times \frac{E_g}{R+R_g}$

$\Rightarrow U = E_g \frac{R}{R+R_g}$.

1er Cas :

Si $R \to +\infty$:

$U = E_g \frac{\cancel{R}}{\cancel{R}(\frac{R_g}{R}+1)} = E_g \frac{1}{\underbrace{\frac{R_g}{R}}_{\to 0,\ R\to\infty}+1}$

d'où $U = E_g$.

on remplace dans (*) on obtient :

$\cancel{E_g} + U_{Rg} = \cancel{E_g}$

$\Rightarrow R_g I = 0$

2ème Cas : $\Rightarrow I = 0$ (C'est un circuit ouvert).

Si $R \to 0$. $U = 0$. (C'est un court circuit).

donc $E_g = U_{Rg} \Rightarrow E_g = R_g I$

d'où $\boxed{I = \frac{E_g}{R_g} = I_{cc}}$

Les caractéristiques :

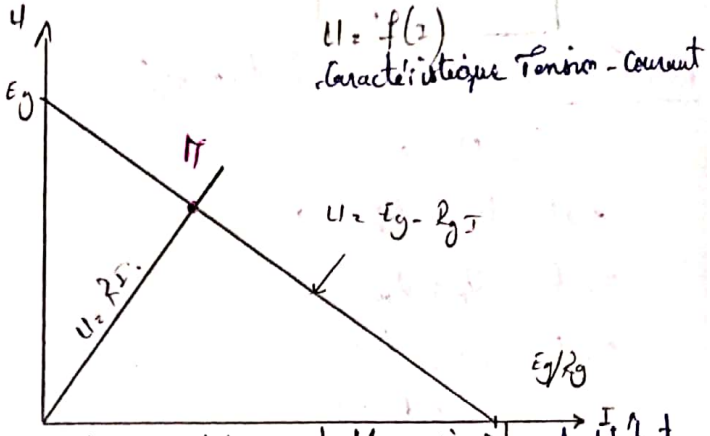
$U = E_g - R_g I$

* $I = 0 \Rightarrow \boxed{U = E_g}$

$U = 0 \Rightarrow E_g - R_g I = 0$

$\Rightarrow E_g = R_g I$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E_g}{R_g}}$.



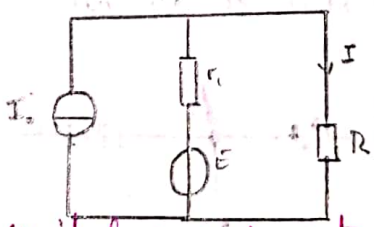
$U = f(I)$
Caractéristique Tension - Courant

Le point de fonctionnement d'un circuit : et l'état moyen dans lequel il se stabilise en l'absence de signal, mais avec toutes ses sources et ses charges connectés. (appelé aussi point de repos)

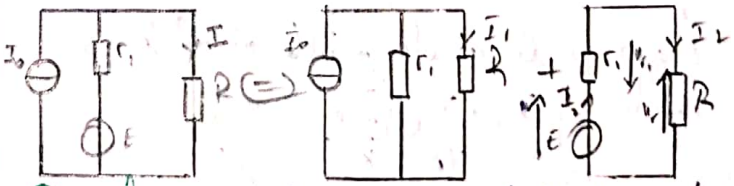
Théorème de superposition :

on utilise ce théorème pour calculer le courant circulant dans la résistance R.

• Le circuit comporte un générateur de courant et un générateur de tension.

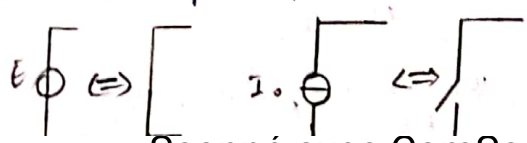


→ on éteint les sources tour à tour. Avec I et I_2 définis comme sur les schémas suivants :



Rappel : + éteindre une source de tension revient à la remplacer par un fil.

+ éteindre une source de courant revient à la remplacer par un circuit ouvert.

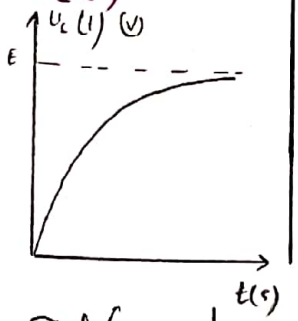


Scanné avec CamScanner

Allure de la tension et de l'intensité :

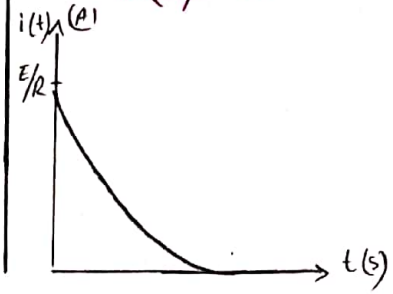
$U_c(0) = 0$

$U_c(\infty) = E$

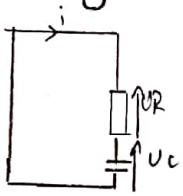


$i(0) = E/R$

$i(\infty) = 0$.



Décharge du condensateur :



d'après Kirchoff :

$U_c + U_R = 0$.

équation différentielle :

$U_c + Ri = 0$.

$\Leftrightarrow U_c + RC\frac{du_c}{dt} = 0$.

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{du_c}{dt} + \frac{U_c}{RC} = 0}$.

- condition initiale : $U_c(t=0) = E$ (Le condensateur est totalement chargé)
- solution de l'équation différentielle :

$\boxed{U_c(t) = E\, e^{-t/\tau}}$

on déduit $i(t)$: on a $i(t) = C\frac{du_c(t)}{dt}$

donc $u_c(t) = E\, e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = E \cdot \frac{-1}{\tau} e^{-t/\tau} = -\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$

$\tau = RC \Rightarrow \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{-E}{RC} e^{-t/\tau}$.

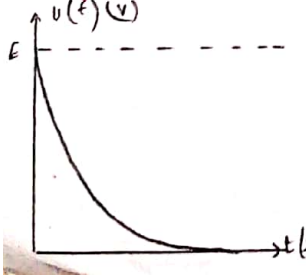
donc $C\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{-E}{R} e^{-t/\tau}$

et par suite $\boxed{i(t) = \frac{-E}{R} e^{-t/\tau}}$

Allure de la tension et de l'intensité :

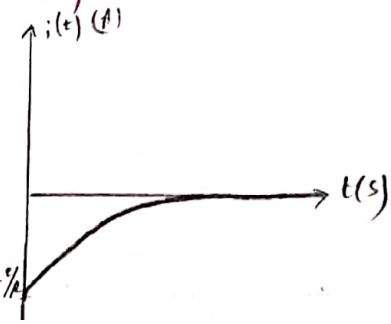
$U_L(0) = E$

$U_L(\infty) = 0$



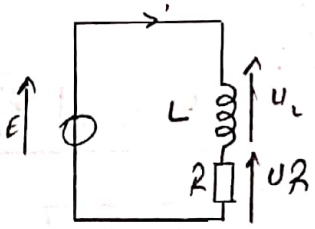
$i(0) = \frac{-E}{R}$

$i(\infty) = 0$.



Circuit RL :

→ Installation du Courant :



d'après Kirchoff : $\sum U = 0$

$\Rightarrow U_L + U_R = E$.

équation différentielle que vérifie $i(t)$

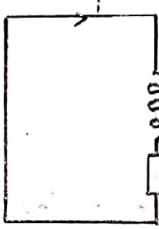
$L\frac{di}{dt} + Ri = E$.

$\Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{L}$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L}}$

Condition initiale $i(0) = 0$.

→ Rupture du Courant :



d'après Kirchoff : $\sum U = 0$.

$\Rightarrow U_L + U_R = 0$.

équation différentielle : que vérifie :

$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$.

$\Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$.

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0}$.

Condition initiale : $i(0) = I_0$.

Constante du Temps.

- La constante du temps (τ) caractérise la rapidité de l'établissement du régime permanent.
- plus sa valeur est petite, plus le régime transitoire est court et le régime permanent est

Scanné avec CamScanner

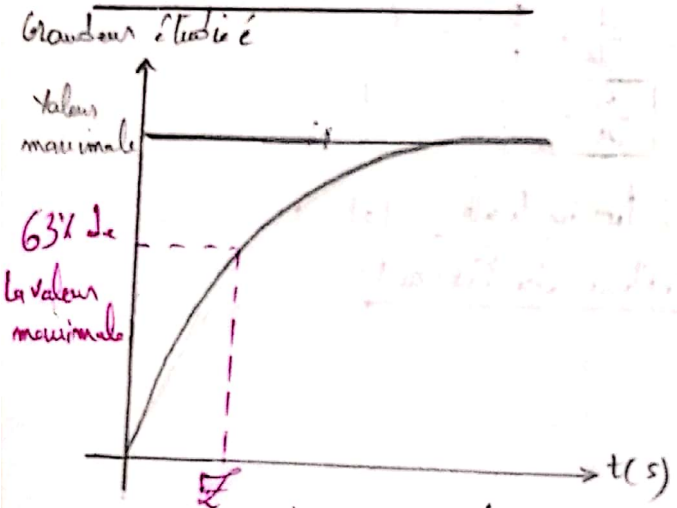
atteint rapidement.

Méthode pour déterminer τ :

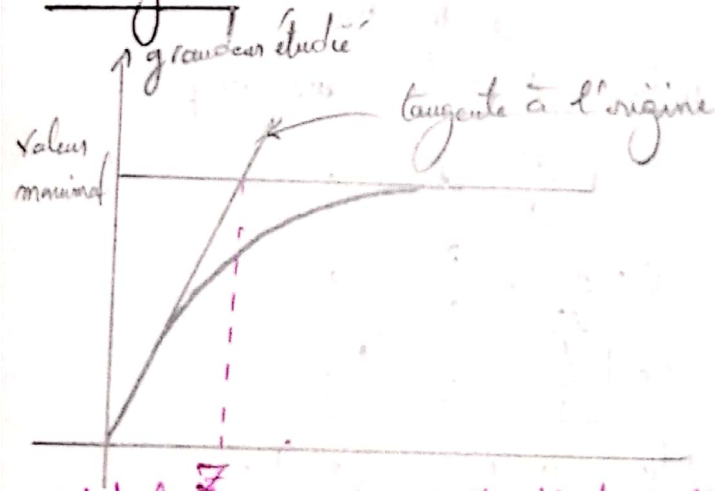
* par Calcul :

Circuit RC	Circuit RL
$\tau = RC$	$\tau = \frac{L}{R}$

* par la Méthode de 63% de la Valeur maximale atteinte :



* par la Méthode de la tangente à l'origine.



- τ est l'abscisse du point d'intersection entre la tg à $t = 0$ et l'asymptote horizontale.

Scanné avec CamScanner